

## Примерные контрольные работы по геометрии 10 класс

### Контрольная работа 1. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости Вариант 1

1. Каково взаимное расположение прямой  $v$  и точки  $A$ , если известно, что через них можно провести: а) единственную плоскость; б) несколько плоскостей? Ответ обоснуйте. Выполните соответствующие чертежи.
2. Треугольники  $ADC$  и  $BD$  расположены так, что точка  $A$  не лежит в плоскости  $BCD$ . Точка  $M$  - середина отрезка  $AD$ ,  $O$  - точка пересечения медиан треугольника  $BCD$ . Определите положение точки пересечения прямой  $MO$  с плоскостью  $ABC$ .
3. Параллелограмм  $ABCD$  и треугольник  $DAM$  расположены так, что точка  $M$  не принадлежит плоскости  $ABC$ . Точка  $O$  - точка пересечения диагоналей  $ABCD$ . Найдите линию пересечения плоскостей: а)  $BMC$  и  $OMD$ ; б)  $BMD$  и  $ACM$ .
4. Точка  $M$  не лежит ни на одной из двух скрещивающихся прямых. Докажите, что через эту точку проходит плоскость, параллельная каждой из этих прямых, и притом только одна.

#### Вариант 2

1. Каково взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ , если известно, что через них можно провести: а) единственную плоскость; б) несколько плоскостей? Ответ обоснуйте. 2. Выполните соответствующие чертежи.
2. Треугольники  $ABC$  и  $ABD$  расположены так, что точка  $C$  не лежит в плоскости  $ABD$ . Точка  $H$  - середина отрезка  $AD$ ,  $O$  - точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Определите положение точки пересечения прямой  $HO$  с плоскостью  $DBC$ .
3. Параллелограмм  $ABCD$  и треугольник  $BCK$  расположены так, что точка  $M$  не принадлежит плоскости  $ABC$ . Точка  $O$  - точка пересечения диагоналей  $ABCD$ . Найдите линию пересечения плоскостей: а)  $ADK$  и  $OCK$ ; б)  $BDK$  и  $ACK$ .
4. Прямая  $a$  и параллельная ей плоскость  $\alpha$  не проходят через точку  $M$ . Докажите, что через точку  $M$  проходит прямая, параллельная прямой  $a$  и плоскости  $\alpha$ , и притом только одна.

### Контрольная работа 2. Параллельность прямых и плоскостей

#### Вариант 1

1. Точки  $A, B, C$  и  $D$  не лежат в одной плоскости, а точки  $P$  и  $M$  лежат на отрезках  $AD$  и  $AB$  соответственно так, что  $AP = 3 PD$  и  $AM = MB$ .
  - 1) Постройте точку пересечения прямой  $PM$  с прямой  $BD$ .
  - 2) Докажите, что прямые  $PM$  и  $CD$  не пересекаются.
  - 3) Постройте плоскость, проходящую через точки  $P$  и  $M$  параллельно прямой  $AC$ , и определите, в каком отношении эта плоскость делит ребро  $CD$ .
  - 4) Постройте плоскость, проходящую через точку  $P$  параллельно плоскости  $BCD$ , и определите, в каком отношении эта плоскость делит площадь треугольника  $ABC$ .
2. Точка  $P$  лежит на ребре  $AB$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $P$  и параллельной плоскости  $A_1 D_1 C$ .

#### Вариант 2

1. Точки  $A, B, C$  и  $D$  не лежат в одной плоскости, а точки  $H$  и  $M$  лежат на отрезках  $CD$  и  $BC$  соответственно так, что  $MC = 2 BM$  и  $DH = HC$ .
  - 1) Постройте точку пересечения прямой  $HM$  с прямой  $BD$ .
  - 2) Докажите, что прямые  $HM$  и  $AC$  не пересекаются.
  - 3) Постройте плоскость, проходящую через точки  $H$  и  $M$  параллельно прямой  $AC$ , и определите, в каком отношении эта плоскость делит отрезок  $AB$ .
  - 4) Постройте плоскость, проходящую через точку  $M$  параллельно плоскости  $ABD$ , и определите, в каком отношении эта плоскость делит площадь треугольника  $ADC$ .
2. Точка  $M$  лежит на ребре  $AA_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $M$  и параллельной плоскости  $B_1 C_1 D$ .

### Контрольная работа 3. Перпендикулярность прямых и плоскостей

#### Вариант 1

1. Через вершину  $K$  треугольника  $DKP$  проведена прямая  $KM$ , перпендикулярная плоскости этого треугольника. Известно, что  $KM = 15$  см,  $DP = 12$  см,  $DK = PK = 10$  см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $DP$ .
2. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите двугранный угол  $B_1 A D B$ , если известно, что четырехугольник  $ABCD$  - квадрат,  $AC = 6\sqrt{2}$  см,  $AB_1 = 4\sqrt{3}$  см.
3. Дан прямоугольный параллелепипед, угол между прямыми  $A_1 C$  и  $BD$  прямой. Определите вид четырехугольника  $ABCD$ .

#### Вариант 2

1. Через вершину  $K$  треугольника  $KMP$  проведена прямая  $KE$ , перпендикулярная плоскости этого треугольника. Известно, что  $KE = 8$  см,  $MP = 2\sqrt{21}$  см,  $MK = PK$ . Найдите  $KM$ , если расстояние от точки  $E$  до прямой  $MP$  равно  $2\sqrt{41}$  см.
2. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите двугранный угол  $C_1 A D B$ , если  $BD = 6\sqrt{2}$  см,  $AD = 6$  см,  $AA_1 = 2\sqrt{3}$  см.
3. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , угол между прямыми  $B_1 C$  и  $DC_1$  равен  $60^\circ$ . Определите вид четырехугольника  $BB_1 C_1 C$ .

### Контрольная работа 4. Многогранники

#### Вариант 1

1. Основанием прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм  $ABCD$  со сторонами 4 и 8 см, угол  $BAD$  равен  $60^\circ$ . Диагональ  $B_1 D$  образует с плоскостью основания угол, равный  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 5 см, а двугранный угол при стороне основания равен  $45^\circ$ . Найдите:  
а) площадь поверхности пирамиды; б) расстояние от вершины основания до противоположной боковой грани.

#### Вариант 2

1. Основанием прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм  $ABCD$  со сторонами 6 и 3 см и углом  $B$ , равным  $60^\circ$ . Диагональ  $AC_1$  образует с плоскостью основания угол, равный  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а двугранный угол при стороне основания равен  $45^\circ$ . Найдите:  
а) площадь поверхности пирамиды; б) расстояние от вершины основания до противоположной боковой грани.

### Контрольная работа 5. Векторы в пространстве

#### Вариант 1

1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите один из векторов, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный: а)  $\vec{A_1 B_1} + \vec{BC} + \vec{D D_1} + \vec{CD}$ ; б)  $\vec{AB} - \vec{CC_1}$ .
2. Дан тетраэдр  $ABCD$ . Точка  $M$  — середина ребра  $BC$ , точка  $E$  — середина отрезка  $DM$ . Выразите вектор  $\vec{AE}$  через векторы  $\vec{b} = \vec{AB}$ ,  $\vec{c} = \vec{AC}$ ,  $\vec{d} = \vec{AD}$ .
3. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Медианы треугольника  $ABD$  пересекаются в точке  $P$ . Разложите вектор  $\vec{B_1 P}$  по векторам  $\vec{a} = \vec{B_1 A_1}$ ,  $\vec{b} = \vec{B_1 C_1}$ ,  $\vec{c} = \vec{B_1 B}$ .

#### Вариант 2

1. Дан параллелепипед,  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите один из векторов, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный: а)  $\vec{BC} + \vec{C_1 D_1} + \vec{A_1 A} + \vec{D_1 A_1}$ ; б)  $\vec{D_1 C_1} - \vec{A_1 B}$ .
2. Дан тетраэдр  $ABCD$ . Точка  $K$  — середина медианы  $DM$  треугольника  $ADC$ . Выразите вектор  $\vec{BK}$  через векторы  $\vec{a} = \vec{BA}$ ,  $\vec{c} = \vec{BC}$ ,  $\vec{d} = \vec{BD}$ .
3. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Медианы треугольника  $ACD$ , пересекаются в точке  $M$ . Разложите вектор  $\vec{BM}$  по векторам  $\vec{a} = \vec{BA}$ ,  $\vec{b} = \vec{B B_1}$ ,  $\vec{c} = \vec{BC}$ .

